

Computer Science and Information Engineering
National Chi Nan University

數學遊戲
Mathematical Game

Lecture 8 邏輯推理問題

Dr. Justie Su-Tzu Juan
阮夙姿

(c) Spring 2023, Justie Su-Tzu Juan

Mathematical Game (數學遊戲)

• 教學進度：

週次 課程主題	課程內容	評量方式
5 數獨與魔方陣 (單)	1. 數獨遊戲的介紹 2. 魔方陣的介紹 3. 基本喊牌術	小組實作與練習 作業
6 桌上遊戲(二) (多)	1. Carcassonne遊戲之製作與講解 2. 橋牌主打技巧：第一章1	小組實作與練習 作業
7 清明節放假		
8 移動遊戲與搶數遊戲 (雙)	1. 移動遊戲與其運算思維之介紹 2. 搶數遊戲與其運算思維之介紹 3. 橋牌主打技巧：第一章 2	五週PK賽1 作業
9 邏輯推理運算問題 (單)	1. 邏輯推理問題的介紹 2. 鴿籠原理問題的介紹與講解 3. 橋牌主打技巧：第一章3	五週PK賽2 作業



Mathematical Game (數學遊戲)

• 教學進度：

週次 課程主題	課程內容	評量方式
10 動物森友會中的運算思維 (單)	1. 大頭菜計算機如何運作 2. 藍色玫瑰花如何產生 3. 下一個動物該選誰 4. 橋牌主打技巧：第二章1	五週PK賽3 作業
11 過河遊戲 (單)	1. 過河遊戲與其運算思維介紹 2. 橋牌主打技巧：第二章2 3. 期末報告說明	五週PK賽4 作業
12 期中考	紙筆考試	五週PK賽5
13 點、線、圈的遊戲 (單)	1. 點線遊戲 2. 環與拓樸學 3. 競賽牌局講解	四人制競賽 作業



Mathematical Game (數學遊戲)

• 教學進度：

週次 課程主題

14 剪紙遊戲
(單)

15 期末報告

16 期末報告

17 (自主學習)

18 (自主學習)

課程內容

1. 剪紙遊戲的介紹

2. 競賽牌局講解

期末分組報告及呈現一

期末分組報告及呈現二

期末報告之實作

期末報告之應用與分享(繳交書面報告)

評量方式

雙人制競賽

作業

自主學習說明：請將期末報告所設計之遊戲，實際邀請設計對象遊玩。藉以觀察是否有解決了一開始所設定之問題；並將此實作與觀察結果寫於期末報告個人心得中。

註：如本校全面停課改採線上遠距教學時，遠距線上教學將直接使用本校moodle提供的BBB系統上課、不定時點名等，但可能使用其他軟體協助各小組討論。

本校moodle bigbluebutton教學及資料網址：<https://moodle.ncnu.edu.tw/>



邏輯推理運算

- 遊戲類型：推理遊戲。
- 遊玩人數：1人
- 遊玩時間：1分鐘~30分鐘
- 遊戲量級：輕
- 遊戲綜觀：解謎是一種較高層次的思考活動，除了必須遵循邏輯思考的基本原則外，有時尚需要腦筋急轉彎式的跳躍性思考，甚至鐵杵磨成繡花針的試誤 (Try and error) 過程。更常需要靈光乍現、但可遇不可求的頓悟式洞悉。面對謎題或其他問題，較好的做法是：
 1. 了解題意；
 2. 掌握關鍵，擬訂策略；
 3. 實際操作；
 4. 驗收。

(對照**運算思維**：拆解、找規律、抽象化、設計演算法)



邏輯推理運算

- 解謎技巧：
 - 肯前律 (Affirming the antecedent)
 - 否後律 (Denying the consequent)
 - 反證法 (Proof by contrapositive)
 - 歸謬法 (Proof by contradiction)
 - 窮舉法 (Proof by exhaustion)
 - 削減法或消去法 (Method of elimination)
 - 矩陣法 (Method of matrix)



邏輯推理運算

- 解謎技巧：

- 邏輯推導式 (Implication)：若 p 則 q ； $p \Rightarrow q$
等於 $\neg q \Rightarrow \neg p$ 。
(0 代表錯，1 代表對)

p	q	$p \rightarrow q$
0	1	1
0	0	1
1	1	1
1	0	0

- 肯前律 (Affirming the antecedent)：
已知 $p \Rightarrow q$ 為正確，且 p 成立，則 q 必成立。
- 否後律 (Denying the consequent)：
已知 $p \Rightarrow q$ 為正確，且 q 不成立，則 p 必不成立。



邏輯推理運算

- 解謎技巧：

- 反證法 (Proof by contrapositive)：

$$p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg q \rightarrow \neg p$$

- 歸謬法 (Proof by contradiction)：

$$p \rightarrow q \Leftrightarrow p \wedge \neg q \rightarrow F_0$$

比較	假設	預期推導出結果
反證法	$\neg q$	$\neg p$
歸謬法	$p \wedge \neg q$	F_0

- 歸謬法則 (Rule of Contradiction)：

$$(\neg p \rightarrow F_0) \Rightarrow p$$



邏輯推理運算

- 解謎技巧：

- **Ex 1:** 由於父母白天都在工作，所以甲、乙、丙三兄妹，每天中午都會一起到寶正拉餐廳吃午餐。已知，三兄妹每次不是吃飯就是吃麵，而且：
 1. 如果甲吃飯，則乙一定吃麵。
 2. 甲和丙兩人不會同時吃同樣的食物。
 3. 乙和丙兩人不會同時都吃麵。

請問，誰有可能昨天吃飯，今天吃麵？

- 答：

1. 假設甲某天吃飯，則根據提示 1 和 2，則乙和丙那天一定吃麵，但此結果和提示 3 矛盾！
2. 根據歸謬法則，因此甲每天都只吃麵，而由提示 2 可知，丙每天都吃飯。
3. 因此，只有乙可能昨天吃飯，今天吃麵。



邏輯推理運算

- 解謎技巧：
 - 窮舉法 (Proof by exhaustion)：將所要求證的狀況之反面一一駁倒後，即可推論出所要求證的狀況為真。
 - 福爾摩斯名言：當你排除了一切不可能的因素之後，剩下來的東西，儘管多麼不可能，也必定是真實的。(When you have eliminated the impossible, whatever remains, however improbable, must be the truth.)
 - **Ex 2**：欲證明 $A > B$ ，可利用證明 $A < B$ 和 $A = B$ 皆不可能發生，以推得 $A > B$ 為必然發生者。



邏輯推理運算

- 解謎技巧：

- **削減法或消去法** (Method of elimination)：如果我們要解決的謎題，題目中的主角所要求解的答案各只有兩種可能時適用。根據題意，把各個不同的可能性加以組合，以 2^n 行的方式表列出來。然後再根據提示逐一排除不可能的組合，剩下的即是答案。

- **Ex 1:** 1. 如果甲吃飯，則乙一定吃麵。
2. 甲和丙兩人不會同時吃同樣的食物。
3. 乙和丙兩人不會同時都吃麵。

請問，誰有可能昨天吃飯，今天吃麵？

答：

甲	乙	丙	甲	乙	丙
飯	飯	飯	飯	飯	麵
麵	飯	飯	麵	飯	麵
飯	麵	飯	飯	麵	麵
麵	麵	飯	麵	麵	麵



邏輯推理運算

- 解謎技巧：

- Ex 3(1/2)：A、B和C是班上三個聰明的學生，一次在教室裡有個同學惡作劇，在他們三位的背後貼了紙條，惡作劇的同學告訴他們：「我一共寫了五張紙條，兩張是“我不是笨蛋”，三張是“我是笨蛋”。你們猜得出來自己背後貼的是哪一張嗎？」他們三人正好坐一直排，A坐最前面，B坐中間，C坐最後面。A看不到其他兩人背後的貼紙；B看不到C的而看得到A的貼紙；C則可以看到其他兩人背後的貼紙。

「我不知道。」C看了看，先說。

「我也不知道。」B想一想，接著說。

「我知道了！」可是A接著就猜出自己被貼的是哪一張紙條了！請問A是怎麼猜出來的呢？而他背後的紙條寫的又是甚麼呢？



邏輯推理運算

- 解謎技巧：

- Ex 3(2/2)：

答： 兩張“我不是笨蛋”，三張“我是笨蛋”。

	A	B	<u>C</u>
1	是	是	
2	是	不是	
3	不是	是	
4	不是	不是	



邏輯推理運算

- 解謎技巧：

- **矩陣法** (Method of matrix)：如果我們要解決的謎題，題目中的主角所求解的答案各不止兩種可能時適用。根據題意畫出一個可以包括各種可能關係的 $m \times n$ 矩陣，再根據題是逐一排除不可能的對應關係，最後剩下的就是答案。

- **Ex 4(1/2)**：小潔幫同學們買了四杯飲料，有薰衣草茶、迷迭香茶、薄荷茶、檸檬草茶四種花草茶，但店員忘了在杯子外寫上名稱了。已知：

1. 第一杯飲料是薰衣草茶或檸檬草茶。
2. 第二杯飲料不是迷迭香茶，第三種飲料不是薄荷茶。
3. 第四杯飲料是薄荷茶或檸檬草茶。
4. 第三或第四杯飲料是檸檬草茶。

請問，薰衣草茶、迷迭香茶、薄荷茶、檸檬草茶各是第幾杯飲料？



邏輯推理運算

- 解謎技巧：

- Ex 4(2/2)：

1. 第一杯飲料是薰衣草茶或檸檬草茶。
2. 第二杯飲料不是迷迭香茶，第三杯飲料不是薄荷茶。
3. 第四杯飲料是薄荷茶或檸檬草茶。
4. 第三或第四杯飲料是檸檬草茶。

	第一杯	第二杯	第三杯	第四杯
薰衣草茶	✓	×	×	× ₃
迷迭香茶	× ₁	× ₂	✓	× ₃
薄荷茶	× ₁	✓	× ₂	×
檸檬草茶	× ₄	× ₄	×	✓

答：第一杯是薰衣草茶；第二杯是薄荷茶；第三杯是迷迭香茶；
第四杯是檸檬草茶。



邏輯推理運算

- 名題欣賞：

- Ex 5：矛盾句

一張紙條，正面寫著：這張紙背面的那句話是錯的；而反面寫著：這張紙背面的那句話是對的。請問這兩句究竟誰對誰錯呢？

- Ex 6：某位生性殘暴卻非常信守承諾的將軍對俘虜說：你猜猜看本將軍我會槍決你，還是吊死你？如果你猜對了，我就會把你槍決；如果你猜錯了，我就會把你吊死。若你是俘虜，你該如何回答呢？



邏輯推理運算

- 名題欣賞：

- Ex 7：已知誠實村的人永遠說真話，說謊村的人永遠說假話。某天，諸葛聰明先生要拜訪兩個村落，來到了叉路口，但附近都沒有指示標誌，雖然他知道兩個村落就各在兩條叉路的盡頭，但卻完全不清楚哪一條路將通往哪一個村落。好在此時路口正好有一位村民，只是不知道他是誠實村還是說謊村的人(只有這兩種可能)，但諸葛聰明先生還是很輕易的只問了這位村民一個問題就馬上知道哪一條路通往哪個村落。請問他究竟問了甚麼問題呢？



邏輯推理運算

- 名題欣賞：

- Ex 8：(源自 1981 年柏林的德國邏輯思考學院，2% 的人能在 30 分鐘解開)

前題：A. 有五間房屋排成一列；

B. 所有房屋的外表顏色都不一樣；

C. 所有的屋主來自不同的國家；

D. 所有的屋主都養不同的寵物；喝不同的飲料；抽不同牌的香煙。

已知：

1. 英國人住在紅色房屋裏

3. 丹麥人喝茶

5. 綠色房屋的屋主喝咖啡

7. 黃色屋主抽 Dunhill

9. 抽 Blend 的人住在養貓人家的隔壁

11. 抽 Blue Master 的屋主他喝啤酒

13. 養馬的屋主隔壁住抽 Dunhill 的人家

14. 綠色的房子在白色房子的左邊(兩者相鄰)

15. 只喝開水的人家住在抽 Blend 的隔壁

2. 瑞典人養了一隻狗

4. 挪威人住在第一間房屋裏

6. 抽 Pall Mall 香煙的屋主養鳥

8. 位於最中間的屋主喝牛奶

10. 挪威人住在藍色房子隔壁

12. 德國人抽 Prince

問題：請問誰養魚？



邏輯

名題欣賞

– Ex 8 : (湯)
解答(1/2)

1. 英國人住在紅色房屋裏
2. 瑞典人養了一隻狗
3. 丹麥人喝茶
4. 挪威人住在第一間房屋裏
5. 綠色房屋的屋主喝咖啡
6. 抽 Pall Mall 香煙的屋主養鳥
7. 黃色屋主抽 Dunhill
8. 位於最中間的屋主喝牛奶
9. 抽 Blend 的人住在養貓人家的隔壁
10. 挪威人住在藍色房子隔壁
11. 抽 Blue Master 的屋主他喝啤酒
12. 德國人抽 Prince
13. 養馬的屋主隔壁住抽 Dunhill 的人家
14. 綠色的房子在白色房子的左邊(兩者相鄰)
15. 只喝開水的人家住在抽 Blend 的隔壁

16. (4+10) 第一間房子	第二間房子	第三間房子	第四間房子	第五間房子
17. (4+16+1) 英國人住(第二間)或(第四間)或(第五間)房子				
18. (國籍) 6 (第四間房子是綠色, 第五間房子是白色)或(第三間房子是綠色, 第四間房子是白色)				
19. (5+8+18) 房屋顏色 第四間房子是綠色, 第五間房子是白色				
20. (7+19) 寵物 第三間房子是紅色, 住著英國人				
21. (16+20+19) 第一間屋子是黃色				
22. (飲料) 第一間屋主抽 Dunhill				
23. (22+13) 第二間屋主養馬				
24. (19+5) 第四間屋主喝咖啡				

25. (3+4+8+24) 喝茶的丹麥人住第二間或第五間房子
26. (11+22+8+24) 抽 Blue Master 且喝啤酒的屋主住第二間或第五間房子
27. (25+26+8+24) 第一間屋主喝開水
28. (27+15) 第二間屋主抽 Blend
29. (26+28) 抽 Blue Master 且喝啤酒的屋主住第五間房子
30. (25+29) 喝茶的丹麥人住第二間房子



邏輯推理運算

- 名題欣賞：

- **Ex 8**：(源自 1981 年柏林的德國邏輯思考學院，2% 的人能在 30 分鐘解開)
解答(2/2)：

	第一間房子	第二間房子	第三間房子	第四間房子	第五間房子
國籍	挪威	丹麥	英國	德國	瑞典
房屋顏色	黃	藍	紅	綠	白
寵物	貓	馬	鳥	魚	狗
飲料	開水	茶	牛奶	咖啡	酒
香菸	Dunhill	Blend	Pall Mall	Prince	Blue Master

鴿籠原理問題

- 鴿籠和 n 個籠

– E



鴿子
共一



鴿籠原理問題

- **Ex 7:** 假設你有黑白兩色襪子各一打，請問早上起床後，隨意從抽屜中抽出幾隻襪子才能構成一雙穿出門呢？
 1. 如果有黑、白、藍三色個一打呢？
 2. 如果是有分左右腳的五指襪呢？

答：

- **Ex 8:** 如果覺得「世界上一定有兩個人，他們的頭髮一樣多。」這句話是對的，那麼必須同意甚麼前提呢？

答：



鴿籠原理問題

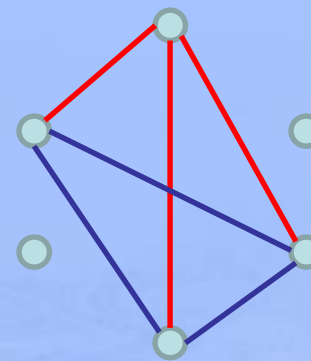
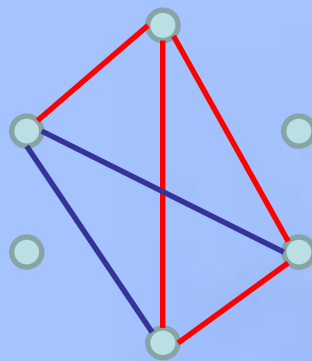
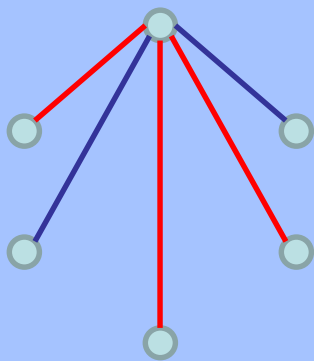
- **Ex 9:** 假設任兩人或者彼此相識, 或者彼此不相識 (沒有甲認識乙, 而乙不認識甲的情況), 則在任意六個人中, 必存在兩兩互相認識的三人; 或者兩兩不認識的三人。

答: 首先指定一人 A, 在其餘5人當中, 他或者與其中3人認識, 或者與3人不認識 (應用鴿籠原理 $m=2$ 、 $n=2$)。

先考慮他與某3人認識的情況: 如果這3人中有某2人互相認識, 則這2人與A, 組成兩兩互相認識的3人;

否則這3人兩兩互相不認識, 則得證。

選定那人與某3人不認識的情況, 其證明亦類似。



鴿籠原理問題

• 幸福結局問題

- 張鎮華, “幸福結局問題—鴿籠原理與拉姆西定理,” 數學傳播28卷2期民93年6月.
- 匈牙利數學奇才Paul Erdős於1913年3月26日出生在匈牙利, 自小就已顯露其數學才能。1930年代初, Erdős和一些年輕數學家們每週聚會一次, 一起聊天、談論時事, 尤其是研討數學。週日他們去布達佩斯郊外爬山越嶺, 也常在城市公園裡披斗篷的無名者青銅像下的長椅上聚會。
- 1932年歲末, 在無名者銅像下聚會的人群中多了Esther Klein, 她是一個在哥廷根大學唸了一學期, 中途跑出來, 頗有才華的學生; 還有Gyorgy Szekeres, 他是一個急於把試管拋掉而投身數學的化學系畢業生。
- 有一次, 在他們每週的活動中, Klein提出一個希奇古怪的平面幾何問題: 平面上給定五點, 若任意三點不共線, 求證必有四點構成凸四邊形。
- Klein證明平面上任意三點都不共線的五點, 不外乎三種情況, 而每種情況下都保證能構成一個凸四邊形, 定理從而得證。



鴿籠原理問題

• 幸福結局問題

- 大家都很喜欢Klein 這個簡練的證明，於是想要將證明推廣到構成更多邊的凸多邊形。更精確的來說，Klein 建議一個這樣的問題：
對於給定的正整數 n ，能否找到一個最小正整數 $N_0(n)$ ，使得平面上任意 $N_0(n)$ 點(其中任三點不共線) 中，均能找到 n 點形成凸多邊形？
- 在他們這一群人中，另一名數學家 Endre Makai 很快就證明了平面上任意三點不共線的任 9 點中，一定能找出 5 點構成凸五邊形。
- 由於知道 $N_0(3) = 2 + 1$, $N_0(4) = 2^2 + 1$, $N_0(5) = 2^3 + 1$, 他們動了 $N_0(n) = 2^{n-2} + 1$ 的腦筋。過了一陣子他們就意識到，只靠簡單的論證並無濟於事，於是圈子裡引發出一股急於解決這個問題的激奮情緒。
- 對Szekeres 來說，解題的動機主要來自Klein，獲得佳人青睞強烈地激勵他爭取率先提出解法。幾個星期後他就面帶勝利的笑容對 Erdős 說：「E. P., 敞開你那充滿智慧的大腦吧！」Szekeres 找出了保證可構成凸 n 邊形的所需點數，但這個數目比他們猜想的大很多；儘管如此，他的證明還是贏得了Klein 的芳心，四年後有情人終成眷屬。從此Erdős把這個問題稱為「幸福結局問題」，永垂數學史。



邏輯推理運算

- 參考資料：
 - 1. 袁長瑞，“邏輯教室”，天下文化出版，2010。
 - 2. 葛登能，“跳出思路的陷阱”，天下文化出版，2001。
 - 3. <http://8word.net/doc1/fish.htm>
- 下週準備教材：
 - 紙、筆



橋藝主打技巧



- 出牌前先思考：當防家首攻、夢家攤牌後，做為莊家的你第一件要做的事就是計算贏(失)墩及訂定主打計畫，並且最好在夢家跟出第一張牌前完成。
 - **無王**合約中計算墩數的方法：首先把兩手牌的贏墩計算一下，然後找出一個最安全的打法以獲取額外的墩數。
 - **Ex1**: 合約：3NT 首引：♠Q
北 ♠A 5 ♥Q J 3 ♦K J 7 6 4 ♣9 4 2
南 ♠K 6 2 ♥A 7 ♦10 9 8 ♣A K Q J 10
 - **王牌**合約中計算墩數的方法：有人認為和無王合約相同，有人認為該計算失墩。初學者適合計算失墩。
 - **Ex2**: 合約：4♠ 首引：♦K
北 ♠A 7 2 ♥9 8 ♦7 6 4 ♣Q 9 5 3 2
南 ♠K Q J 10 9 ♥A K 7 3 ♦A J ♣8 4



橋藝主打技巧



- 如何處理一門牌組：從敵方叫牌和攻牌中找尋線索。
 - 偷牌
 - 朝著大牌引牌
 - 偷還是敲？
 - 限制性選擇原理
 - 安全打法
 - 當橋引不足時
 - 當敵方引牌時



橋藝主打技巧



- **偷牌**：當你希望獲推測某張或某些大牌在敵方的分配狀況後，由自己有利的一方出牌，使得較小牌張獲得贏墩的一種打法。

– **Ex3**：(1) 夢家：Q 7 兩墩 ⇒ 50%

莊家：A 4 3

(2) 夢家：Q J 10

莊家：A 3 2

(3) 夢家：Q J 6

莊家：A 7 4 2

(4) 夢家：K J 2

莊家：7 6 5

兩墩

三墩

三墩

一墩

⇒ 50%

⇒ 75%

西	東
AQ	
A	Q
Q	A
	AQ

- **Note**：當你計畫打一張大牌來偷牌，請考慮：若是這張牌被吃時，我該如何處理？若是沒有答案，那就不要引這張牌。



橋藝主打技巧



- 朝著大牌引牌：當你希望獲推測某張或某些大牌在敵方的分配狀況後，由自己有利的一方出牌，使得較小牌張獲得贏墩的一種打法。

– Ex4：(1) 夢家：Q J 5 3

莊家：K 7 4

三墩

(2) 夢家：K 6 5 4

莊家：Q 7 3 2

三墩

⇒ 猜測誰雙張帶A



橋藝主打技巧



- 偷還是敲？：該門長度是你的重要的參考依據。

– Ex5：(1) 夢家：A Q 10 5 四墩 ⇒ 偷：50%
 莊家：K 2 四墩 敲： $2\{C(6,0)+C(6,1)+C(6,2)\} / 2^7$
 $= 44/128 < 50\%$

(2) 夢家：A Q 10 4 四墩
 莊家：K 7 3 四墩

西	東	
J		5-1 $2C(5,0)/2^6$
xJ		4-2 $2C(5,1)/2^6$
x	J	3-3 $C(6,3)/2^6$

- Note: 1.敵方有五張牌含Q，偷牌成功機率遠大於以A、K敲落。
 2.敵方有四張牌含Q，A、K硬敲成功機率略大於偷牌。
 3.敵方有三張牌含K，偷牌成功機率高於硬敲。
 4.敵方有兩張牌含K，引小牌硬敲成功機率略高於偷牌。

橋藝主打技巧



- **限制性選擇原理**：當你在某一花色中缺少兩張相當價值得大牌時，若某防家在第一圈中打出其中一張，他就應該不會再有另外一張。
 - **Ex6**：(1) 夢家：K 10 9
莊家：4 3 2 一墩，東家第一圈跟J ⇒ 66%
 - (2) 夢家：A Q 9 8
莊家：K 5 3 四墩，東家第二圈跟10
- **Note**: 原因：當東家在一百次同時擁有J 10的牌局裡，他總有選擇出牌的機會，可能有五十次出J，五十次出10。但若是東家只有10，則一百次他都只能出10。因此反過來說，出10的150次中有100次都代表東家只有一張10，機率为2/3。



橋藝主打技巧



- **安全打法**：當你用一種打法，來防止因敵方的壞分配而失墩時，此種打法稱為安全打法。但有時安全打法無法像百分率打法那樣獲得最多的贏墩。

- **Ex7**：(1) 夢家：A J 7 6 4 莊家：K 9 8 5 2 五墩 ⇒ 從夢家引小防止西家Q 10 3
- (2) 夢家：A K 8 6 5 莊家：Q 10 9 7 五墩 ⇒ 從莊家引小防止某家天缺
- (3) 夢家：Q 8 7 6 5 莊家：A 10 4 3 2 四墩 ⇒ 從夢家引小偷東家
- (4) 夢家：Q 8 7 6 5 莊家：A 10 4 3 2 五墩 ⇒ 以A硬敲；若西家持單張J，則自北家引Q。



橋藝主打技巧



- 當橋引不足時：當橋引發生問題時，要注意出牌序。
 - Ex8：(1) 夢家：J 9 3
莊家：A Q 10 5 四墩，北家引牌 ⇒ 引9偷牌
 - (2) 夢家：A 10 7
莊家：K Q 9 3 2 五墩 ⇒ 敲K墊10，提A後放7
- Note: 當你奔吃一門長花色時，於較短的一方保留一張小牌可避免阻塞。



橋藝主打技巧



- 當敵方引牌時：有時敵方引牌會比你自已引這門牌，提供你多得一墩的機會。

– **Ex3**：(1) 西家：Q 10 8 3 夢家：K 4 2

莊家：J 6 5 東家：A 9 7

一墩

⇒ 西家引牌
必可得一墩

(2) 夢家：A 10 2

莊家：K 9 4

西家引3

⇒ 夢家跟2，在西家有Q、J、或QJ時可得三墩

(3) 夢家：Q 2

莊家：A 5 4

西家引3

⇒ 夢家跟Q，否則Q必死

(4) 夢家：Q 4 2

莊家：A 6 5

西家引3

⇒ 夢家跟2，稍後Q仍可偷

(5) 夢家：Q 10 2

莊家：A 6 5

西家引3

⇒ 夢家跟10，除非東家同時有KJ，否則可獲兩墩。