

Computer Science and Information Engineering
National Chi Nan University

數學遊戲
Mathematical Game

Lecture 7 移動遊戲與猜數問題

Dr. Justie Su-Tzu Juan
阮夙姿

(c) Spring 2023, Justie Su-Tzu Juan

Mathematical Game (數學遊戲)

• 教學進度：

週次 課程主題	課程內容	評量方式
5 數獨與魔方陣 (單)	1. 數獨遊戲的介紹 2. 魔方陣的介紹 3. 橋牌主打與防禦基本技巧2	小組實作與練習 作業
6 桌上遊戲(二) (多)	1. Carcassonne遊戲之製作與講解 2. 橋牌主打技巧：第一章1	小組實作與練習 作業
7 移動遊戲與搶數遊戲 (雙)	1. 移動遊戲與其運算思維之介紹 2. 搶數遊戲與其運算思維之介紹 3. 橋牌主打技巧：第一章 2	五週PK賽1 作業
8 邏輯推理運算問題 (單)	1. 邏輯推理問題的介紹 2. 鴿籠原理問題的介紹與講解 3. 橋牌主打技巧：第一章3	五週PK賽2 作業



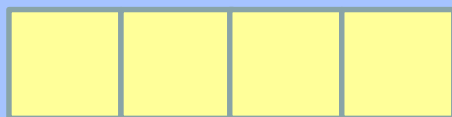
移動遊戲



- 單人遊戲：
- 黑羊白羊過橋一：
- 遊戲製作：

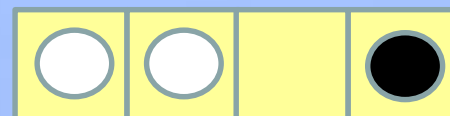
- 棋子：一黑兩白共三顆棋子。

- 棋盤：



- 遊戲規則：

- 一開始黑白棋子各擺放在兩端。



- 目的是要黑白棋子互換位置至相對兩端。

- 移動規則：白棋僅可向右移動，黑棋僅可向左移動。棋子可移動至旁邊的空格；或者可跳過顏色不同的棋子至空格。

- 試著移動最少次數完成任務。



移動遊戲

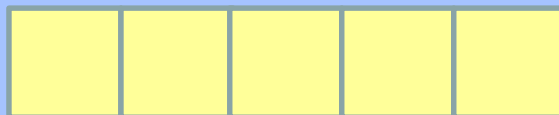


- 黑羊白羊過橋二：

- 遊戲製作：

- 棋子：兩黑兩白共四顆棋子。

- 棋盤：



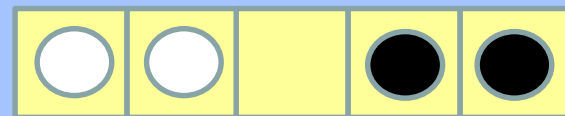
- 遊戲規則：

- 一開始黑白棋子各擺放在兩端。

- 目的是要黑白棋子互換位置。

- 移動規則：白棋僅可向右移動，黑棋僅可向左移動。棋子可移動至旁邊的空格；或者可跳過顏色不同的棋子至空格。

- 試著移動最少次數完成任務。



移動遊戲

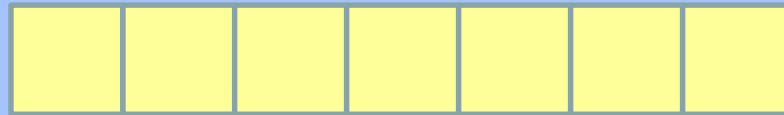


- 黑羊白羊過橋三：

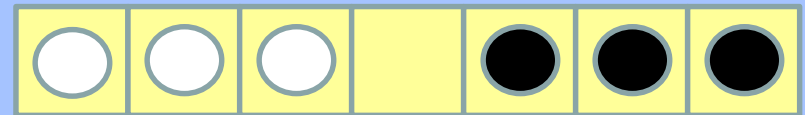
- 遊戲製作：

- 棋子：三黑三白共六顆棋子。

- 棋盤：



- 遊戲規則：



- 一開始黑白棋子各擺放在兩端。

- 目的是要黑白棋子互換位置。

- 移動規則：白棋僅可向右移動，黑棋僅可向左移動。棋子可移動至旁邊的空格；或者可跳過顏色不同的棋子至空格。

- 試著移動最少次數完成任務。

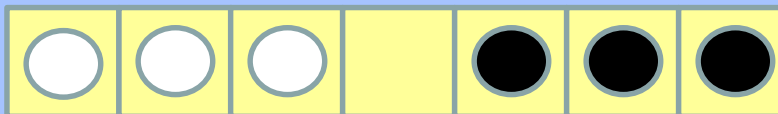


移動遊戲

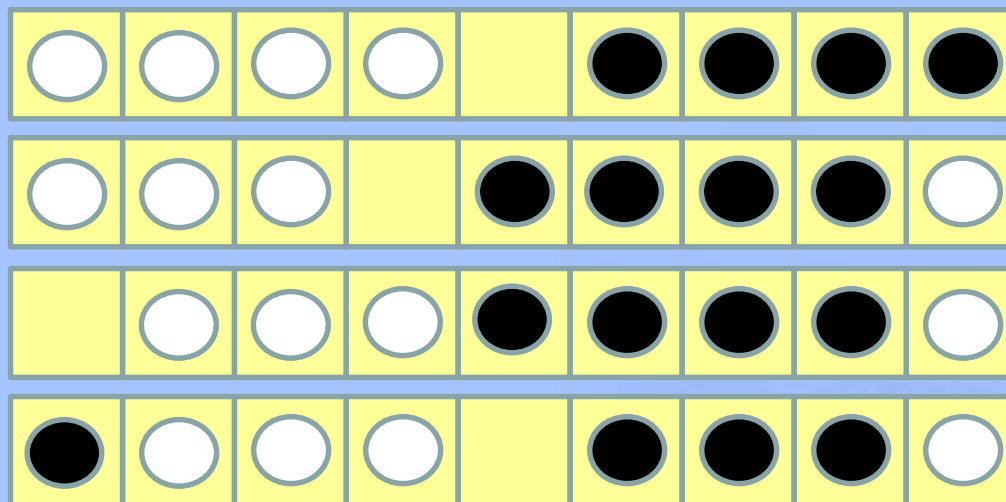


- 黑羊白羊過橋：
- 遊戲思考 (運算思維)：
 - 當棋子越來越多時，是否一定有解？
 - 可否思考出聰明且有效率的方法來保證必可解答。

- 若已會：



- 則：



移動遊戲

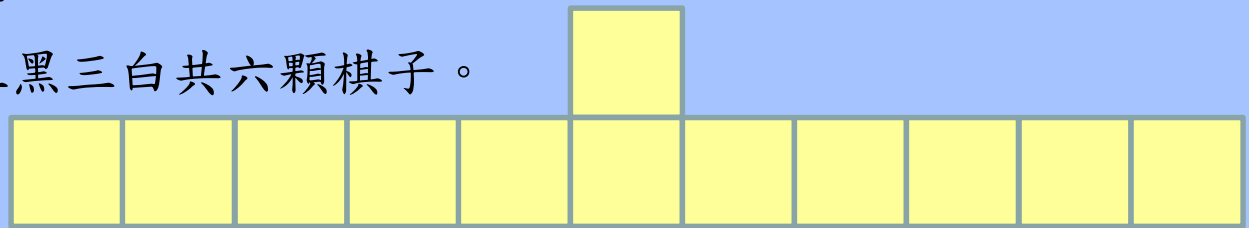


- 黑牛白牛過橋：

- 遊戲製作：

- 棋子：三黑三白共六顆棋子。

- 棋盤：



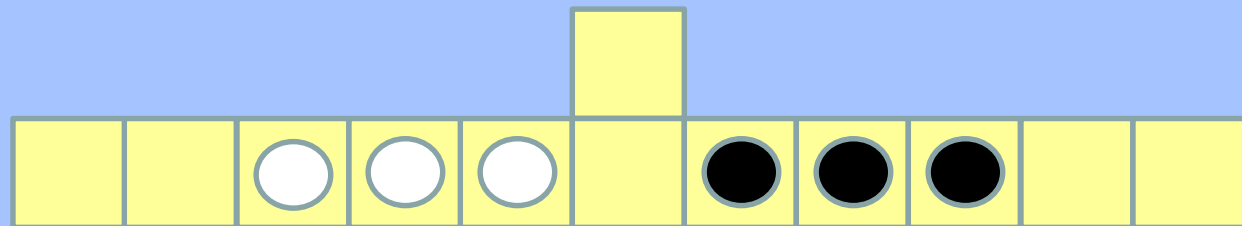
- 遊戲規則：

- 一開始黑白棋子各擺放在兩端。

- 目的是要黑白棋子互換位置。

- 移動規則：每顆棋子僅可移動至旁邊的空格。

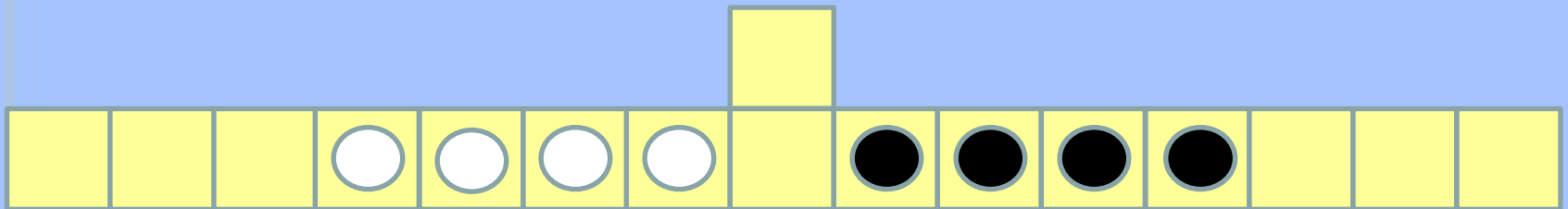
- 試著移動最少次數完成任務。



移動遊戲



- 黑牛白牛過橋：
- 遊戲思考 (運算思維)：
 - 當棋子越來越多時，是否一定有解？
 - 後方道路需多長才足夠？



移動遊戲

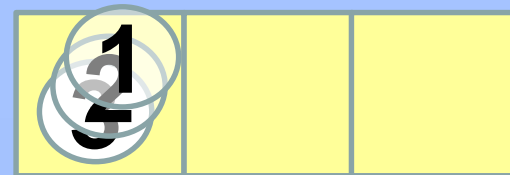
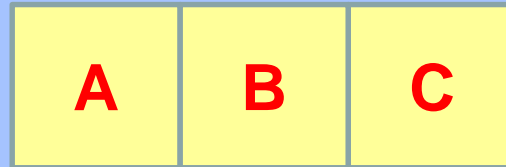


- 河內之塔：

- 遊戲製作：

- 棋子：三顆棋子，分別寫上1、2、3。

- 棋盤：



- 遊戲規則：

- 一開始三棋子皆擺放在 A 處，自小至大由上往下放成一堆。

- 遊戲目的為將三棋子利用 B 處移動至 C 處。

- 移動規則為：數字小的棋子不可置放在數字大的棋子下方。

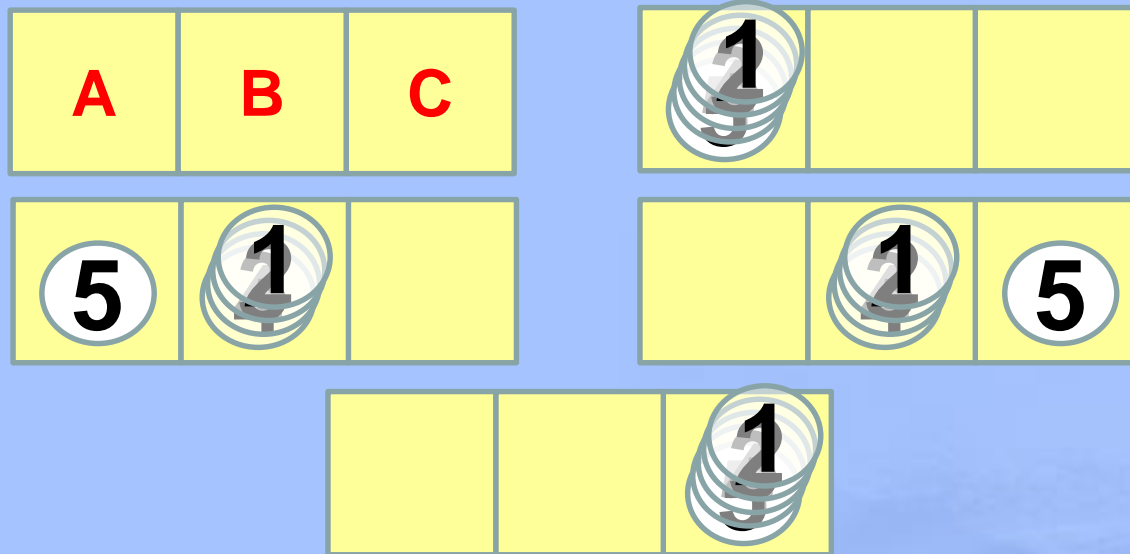
- 試著移動最少次數完成任務。



移動遊戲



- 河內之塔：
- 遊戲思考 (運算思維)：
 - 當棋子越來越多時，是否一定有解？
 - 可否思考出聰明且有效率的方法來保證必可解答。



移動遊戲

- 智慧盤遊戲：

- 遊戲製作：

- 棋子：六張撲克牌，分別為1至5。

- 棋盤：

A	B	C
D	E	F

1	2	3
4	5	6
7	8	

1	2	3
4	5	

- 遊戲規則：

- 一開始1至5的紙牌分別擺放如圖，之後依移動規則任意移動。

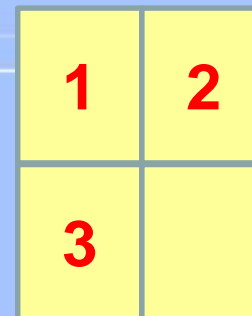
- 遊戲目的為將五張撲克牌回覆為原圖。

- 移動規則：僅可將牌張移動至相鄰的空格處。

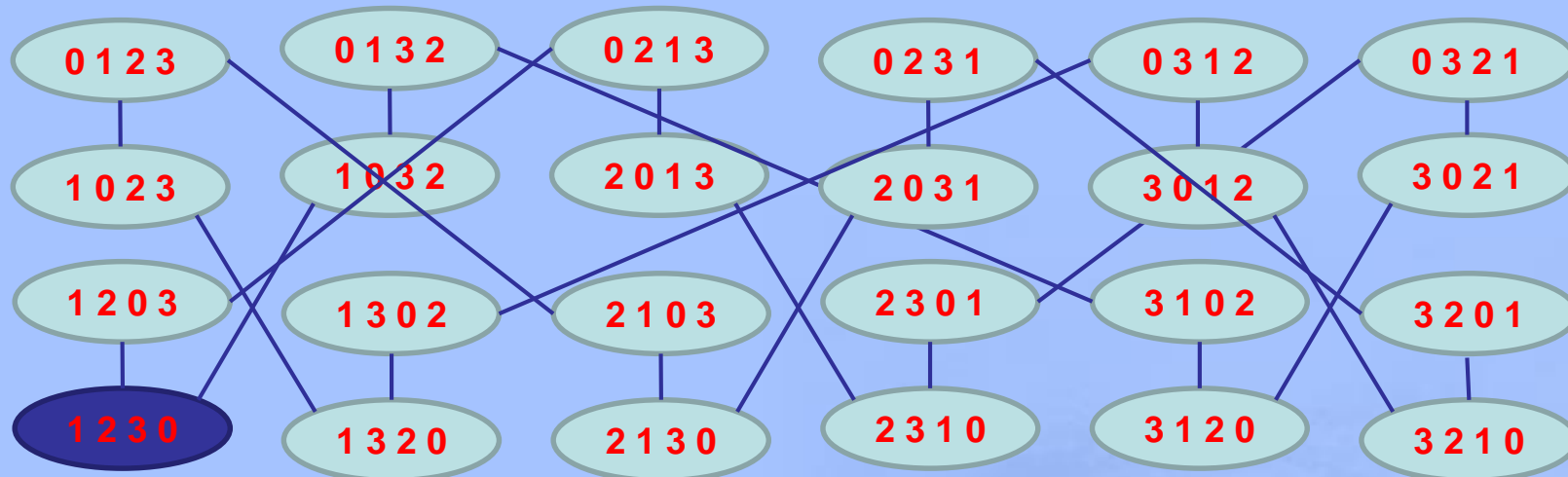
- 試著移動最少次數完成任務。



移動遊戲



- 智慧盤遊戲：
- 遊戲思考 (運算思維)：
 - 以四格為例：三張撲克牌，分別為1至3。
 - 轉換：把所有可能的情況轉換為字串列出，空格以0表示，在移動一張可互換的兩者間畫上邊。

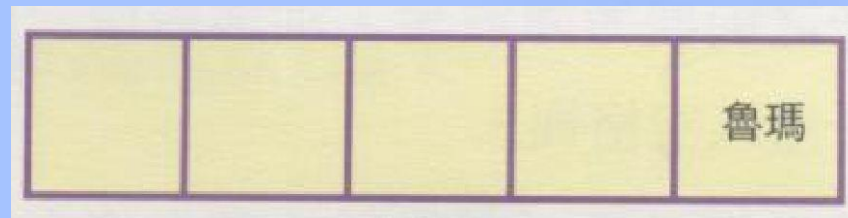


- 如何恢復原狀 = 找到一條回到起始點的路!

移動遊戲



- 祖卡魯瑪：
- 遊戲起源：印尼
 - 移動遊戲又稱為曼加拉遊戲。
 - 祖卡魯瑪為一人遊戲。
 - 印尼人通常會在地上挖洞，撿石頭以玩此遊戲。
 - 印尼位於赤道附近，是全世界最大的群島國家，疆域橫跨亞洲及大洋洲，別稱「千島之國」。其中六千多個島嶼有人居住。
 - <http://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E5%8D%B0%E5%BA%A6%E5%B0%BC%E8%A5%BF%E4%BA%9A>
- 遊戲製作：
 - 棋子：八顆棋子。
 - 棋盤：



移動遊戲



- 祖卡魯瑪：
- 遊戲規則：
 - 遊戲開始在每個格子中放入兩個棋子(魯瑪除外)。
 - 拿起某格的所有棋子開始向右邊的方格置放，一個放一顆棋子，包括魯瑪，稱為**播種**。如果放入魯瑪後手中還有棋子就繼續從最左邊的格子置放。
 - 手中最後一個棋子所放入的格子不能原本是空的，否則就算輸了。
 - 手中最後一個棋子放入方格後，拿起那一格的所有棋子繼續播種。若最後放入的是魯瑪，可以選擇任一格子來進行播種。
 - 若可讓全部八個棋子都進入魯瑪就算獲勝。



移動遊戲



- 祖卡魯瑪：
- 思考：
 - 若形成下列狀況，則無論從哪格開始都會輸掉。為什麼？



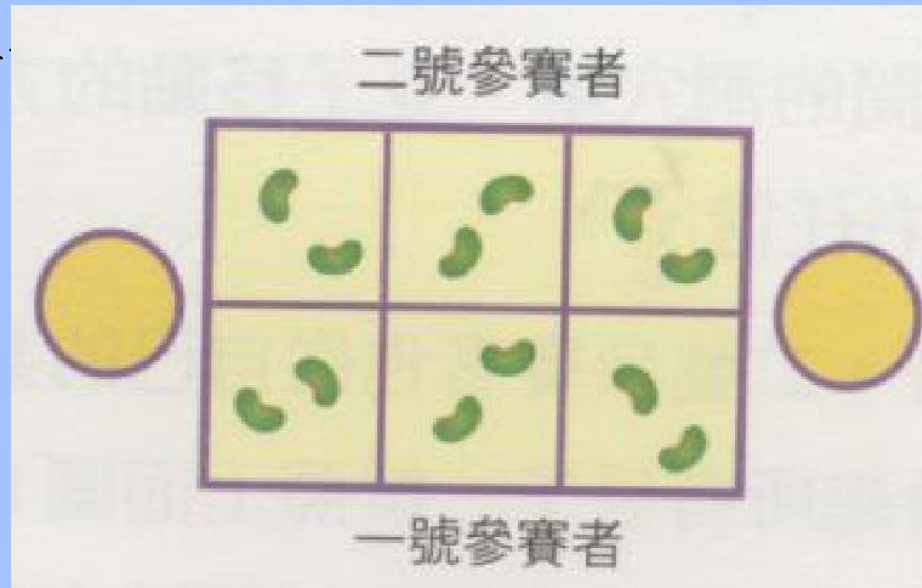
- 改變規則：
 - 若使用十個棋子和五個空格及一個魯瑪，該如何進行呢？



移動遊戲



- 雙人遊戲：
- 小山羊遊戲：
- 遊戲起源：蘇丹
 - 蘇丹位於東北非，本遊戲又稱為烏美圖威薩特。
 - 當地人會在沙地上
- 遊戲製作：
 - 棋子：12顆棋子。
 - 棋盤：



移動遊戲



- 小山羊遊戲：

- 遊戲規則：

- 遊戲開始在每個格子中放入兩個棋子。雙方各於兩側，靠近己方的三格子和右手方的圓格為自己的，稱為**洞穴**及**儲藏碗**。
- 雙方輪流從自己的洞穴中拿出所有的棋子**播種**(每格放一顆)，右手邊的洞穴需逆時針播種，左手邊的洞穴需順時針播種，中間的洞穴可自由選擇順或逆時針。
- 播完後最後一顆所在洞穴若為對方洞穴，且恰為兩顆，則可執行“**收割**”，也就是將格子中的兩顆棋子放入儲藏碗中。若此格的前一格也是對手那邊的格子，也恰有兩顆棋子，則可再收割，只要往前一格也是(對手洞穴且有兩顆)，則可繼續收割。
- 其中一位的洞穴中已無棋子遊戲結束，另一位可將棋盤上剩餘的棋子放入自己的儲藏碗中，計算儲藏碗中有幾顆豆子，多者獲勝。

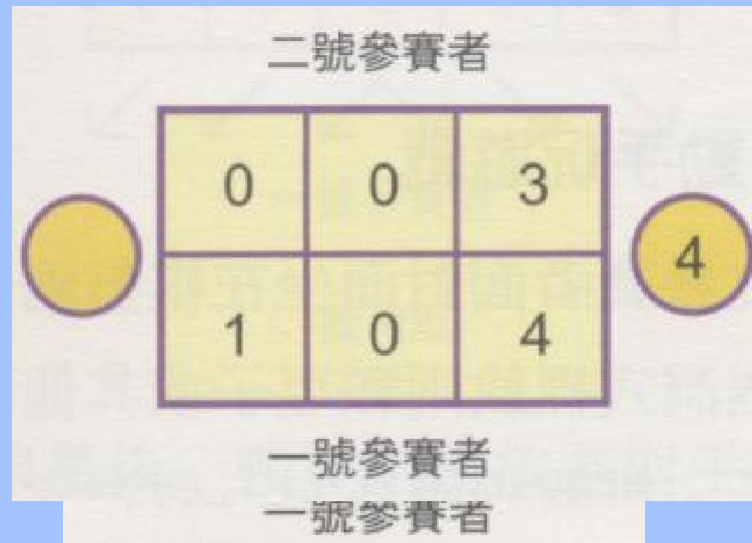


移動遊戲



- 小山羊遊戲：

- 範例：



- 思考：

- 自己練習看看，該如何移動棋子。試驗不同的移動方法看看能收割多少棋子。

- 改變規則：

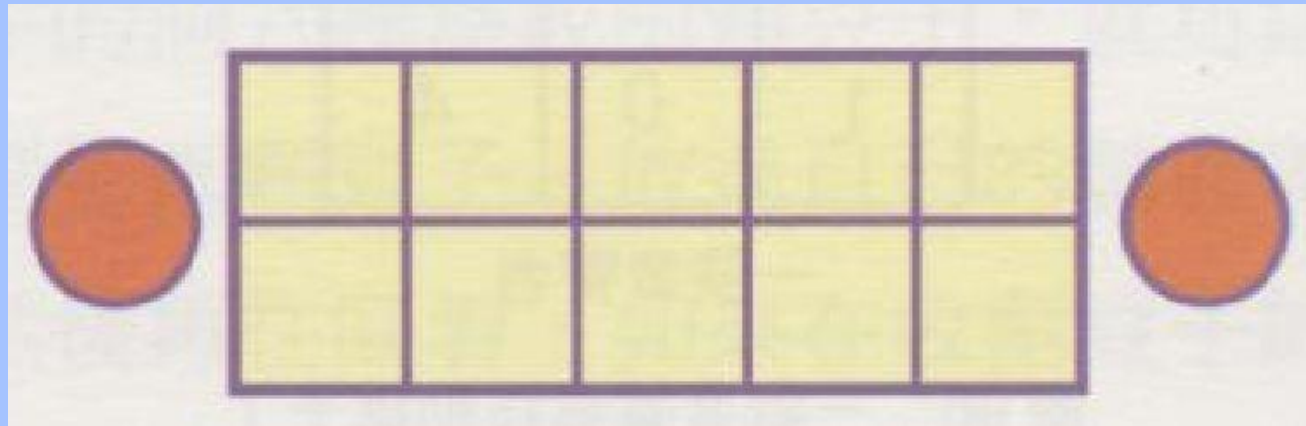
- 在蘇丹，遊戲一開始會在每個洞穴放入三個棋子，但也是湊成兩顆才收割。



移動遊戲



- 牛隻遊戲：
- 遊戲起源：蘇丹
 - 又稱為烏美巴嘎拉，或是曼嘎拉。
- 遊戲製作：
 - 棋子：50顆豆子。
 - 棋盤：可用蛋盒加上兩個杯子製作。



移動遊戲



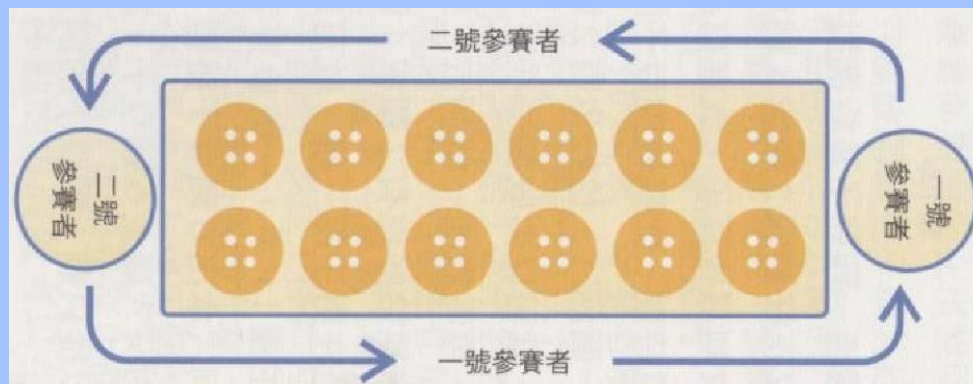
- 牛隻遊戲：
- 思考：
 - 自己扮演雙方，可先在每個洞放置三個種子，找出最佳策略。
- 改變規則：
 - 可訂定最後一顆不可置放於空格中，若無法移動的人可暫停，直到可移動為止。最後雙方都不可移動時遊戲結束，將自己洞穴中的種子放入儲藏碗中，計算總量多者為勝。
 - 試試看允許種子往同一個方向移動，或者改變其他規則，發明自己的新遊戲。



移動遊戲



- 阿迪遊戲：
- 遊戲起源：迦納
 - 迦納的曼加拉遊戲中，在美國最受歡迎的一種，稱為歐威爾，是迦納中部的阿閃特人玩的遊戲。在迦納南部則是阿迪遊戲比較普遍。此二遊戲很相似，但細則不同。
- 遊戲製作：
 - 棋子：48顆(阿迪堤樹叢裡的阿迪)種子。
 - 棋盤：可用蛋盒(一打裝)加上兩個杯子製作。



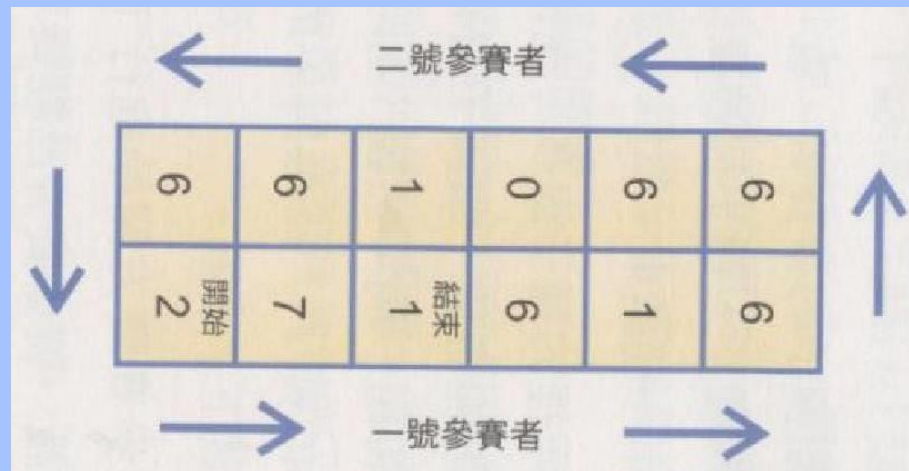
移動遊戲



- 阿迪遊戲：

- 遊戲規則(1/2)：

- 與牛隻遊戲類似，但一開始每個凹槽(稱為小屋)有四顆種子。
- 播種時只可向右逆時針播種，左右兩個圓洞稱為金庫。
- 最後一顆種子放入的小屋中若還有其他種子，就拿起此小屋中的全部種子繼續向右播種，直到最後一顆種子放入原本是空著的小屋中。這一步才算結束。



移動遊戲



- 阿迪遊戲：

- 遊戲規則(2/2)：

- 若是最後一顆種子放入的小屋後正好湊成四顆，就可以贏走那四顆放入金庫中。也結束了這一步。而在移動的過程中，若自己這一邊的小屋剛好湊成四顆種子，也可以贏走那一堆。只要在對手將第五顆種子放入你的小屋前取走即可。
- 接著輪到另一方開始下一步。若自己這邊的小屋都沒有種子，則暫停一次，直到有種子為止。
- 當棋盤最後只剩下八個種子時，下一個贏的四顆種子的參賽者可以贏得剩下的四顆種子，結束此局。金庫中種子多者為贏。
- 贏此局者從金庫中取中種子，在自己的小屋各放四顆已進行下一局，若有多可任選對手的小屋置放四顆，稱為“買下”。
- 目標為買下對手所有小屋，占領整個棋盤。



搶數遊戲



- 阿迪遊戲：
- 思考：
 - 一開始可練習每個小屋只有三顆種子，那麼其他規則該如何制定呢？應規定湊成三顆種子的時候可以取走那一堆種子嗎？
 - 自己扮演雙方，看看遊戲該如何進行。
- 改變規則：
 - 改為每一排只有四間小屋的棋盤試試。



移動遊戲



- 塞車時間、Unblock me。
- 以象棋玩4*4之智慧盤遊戲。



搶數遊戲

- 遊戲類型：推理遊戲。
- 遊玩人數：2人
- 遊玩時間：1分鐘~5分鐘
- 遊戲量級：輕
- 遊戲綜觀：搶數字遊戲是指遊戲雙方先約定要搶的最終數字 n 和添加的範圍 $1 \sim a$ ，遊戲為雙方輪流自0開始添加 $1 \sim a$ 的數，誰能搶到最終數字就是贏家。玩家若可從一開始就掌握必勝技巧，則將可順利取得勝利。
- 以運算思維方法解題：拆解、找規律、抽象化、設計演算法



搶數遊戲

- 遊戲製作：
 - 棋子三十顆
- 遊戲規則：
 - 兩人輪流拿棋子，一次可以拿1到3顆，然後看誰拿到最後一顆棋子就是贏家。
- 思考：
 - 拆解：觀察倒數第二次，若可讓場上剩4顆(取得26)，則無論對方下一輪如何取，皆可取得最後一顆。這樣一來，等於把「搶30」變成「搶26」了。
 - 找規律：同理可知，若前一次讓場上剩下8顆(取得22)，則必可搶到26。再往前可知必須搶得18、14、10、6、2。所以答案很明顯了，要贏得遊戲，必須先拿，而且第一輪要拿2顆，接下來不管對方一次拿幾顆，你只要拿到前面列出的關鍵數目，最後一定能搶到第30顆棋子。



搶數遊戲

- 抽象化：分析後發現上面的規律為：必須讓場上剩下 $(1+3)$ 的倍數即可，因此 $30 \div 4 = 7 \dots 2$ 。第一次就必須先下並且拿走 2 顆。之後對手取 1 顆，我方就取 3 顆；對手取 2 顆，我方也取 2 顆；對手取 3 顆，我方改取 1 顆。也就是維持該回合“對手取走的 + 你取走的”等於 4 顆。那麼若改為一般化，若一次可拿的數目改為 $1 \sim 4$ 顆；或者改成搶 $50 \dots ?$ 回到原題目，若目標數為 n ，每次可取的最大數為 a 。那麼又該如何設計必勝方法呢？
- 設計演算法：
 - 1. 將 n 除以 $(a + 1)$ 之後看餘數 r 為多少。
 - 2. 若餘數 r 為 0，則須後拿，每次都將取走的數目湊成 $a + 1$ 即可；
 - 3. 否則須先下，取走餘數 r 顆，之後同樣每次都依據對手取走的數目，湊為 $a + 1$ 即可。

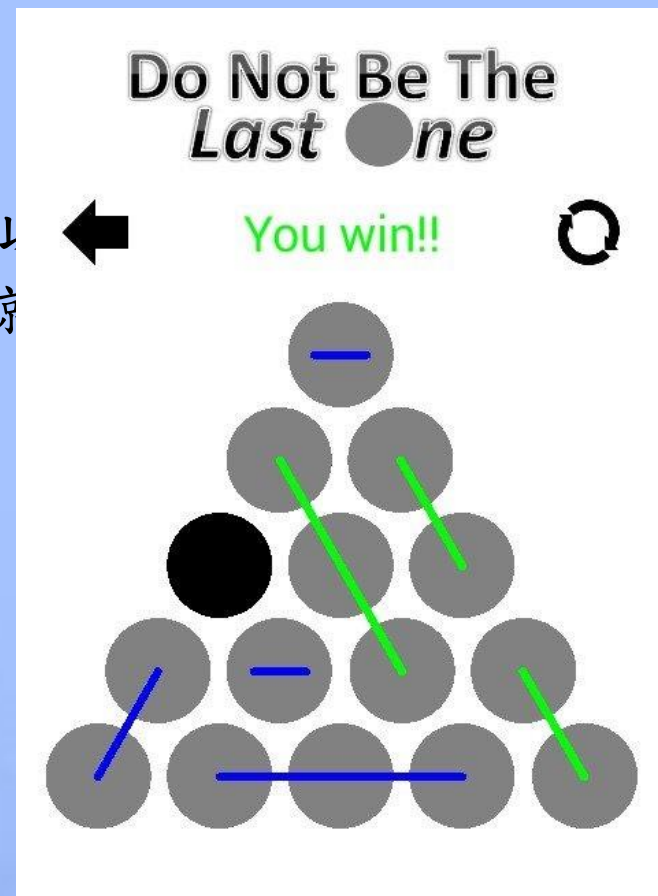
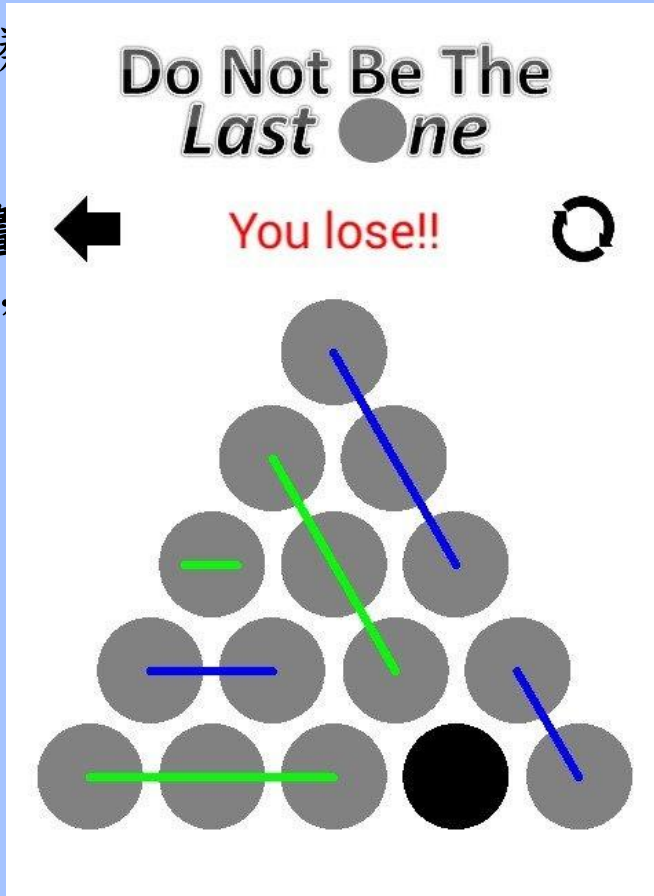


搶數遊戲

- 改變規則：若改為取得最後一顆者輸，那麼又該如何設計必勝

- 變形：畫的圈圈

- 思考：



搶數遊戲

- 參考文獻：
 - 1. <http://www.mathland.idv.tw/fun/grab.htm>
 - 2. <https://www.merit-times.com/NewsPage.aspx?unid=369978>
 - 3. <https://www.taptap.com/app/160009>
 - 4. <https://www.9game.cn/jztqq/>



橋藝主打技巧



- 出牌前先思考：當防家首攻、夢家攤牌後，做為莊家的你第一件要做的事就是計算贏(失)墩及訂定主打計畫，並且最好在夢家跟出第一張牌前完成。
 - **無王**合約中計算墩數的方法：首先把兩手牌的贏墩計算一下，然後找出一個最安全的打法以獲取額外的墩數。
 - **Ex1**: 合約：3NT 首引：♠Q
北 ♠A 5 ♥Q J 3 ♦K J 7 6 4 ♣9 4 2
南 ♠K 6 2 ♥A 7 ♦10 9 8 ♣A K Q J 10
 - **王牌**合約中計算墩數的方法：有人認為和無王合約相同，有人認為該計算失墩。初學者適合計算失墩。
 - **Ex2**: 合約：4♠ 首引：♦K
北 ♠A 7 2 ♥9 8 ♦7 6 4 ♣Q 9 5 3 2
南 ♠K Q J 10 9 ♥A K 7 3 ♦A J ♣8 4



橋藝主打技巧



- 如何處理一門牌組：從敵方叫牌和攻牌中找尋線索。
 - 偷牌
 - 朝著大牌引牌
 - 偷還是敲？
 - 限制性選擇原理
 - 安全打法
 - 當橋引不足時
 - 當敵方引牌時



橋藝主打技巧



- **偷牌**：當你希望獲推測某張或某些大牌在敵方的分配狀況後，由自己有利的一方出牌，使得較小牌張獲得贏墩的一種打法。

– **Ex3**：(1) 夢家：Q 7 兩墩 ⇒ 50%

莊家：A 4 3

(2) 夢家：Q J 10

莊家：A 3 2

(3) 夢家：Q J 6

莊家：A 7 4 2

(4) 夢家：K J 2

莊家：7 6 5

兩墩

三墩

三墩

一墩

⇒ 50%

⇒ 75%

西	東
AQ	
A	Q
Q	A
	AQ

- **Note**：當你計畫打一張大牌來偷牌，請考慮：若是這張牌被吃時，我該如何處理？若是沒有答案，那就不要引這張牌。



橋藝主打技巧



- 朝著大牌引牌：當你希望獲推測某張或某些大牌在敵方的分配狀況後，由自己有利的一方出牌，使得較小牌張獲得贏墩的一種打法。

– Ex4：(1) 夢家：Q J 5 3

莊家：K 7 4

三墩

(2) 夢家：K 6 5 4

莊家：Q 7 3 2

三墩

⇒ 猜測誰雙張帶A



橋藝主打技巧



- **限制性選擇原理**：當你在某一花色中缺少兩張相當價值得大牌時，若某防家在第一圈中打出其中一張，他就應該不會再有另外一張。
 - **Ex6**：(1) 夢家：K 10 9
莊家：4 3 2 一墩，東家第一圈跟J ⇒ 66%
 - (2) 夢家：A Q 9 8
莊家：K 5 3 四墩，東家第二圈跟10
- **Note**: 原因：當東家在一百次同時擁有J 10的牌局裡，他總有選擇出牌的機會，可能有五十次出J，五十次出10。但若是東家只有10，則一百次他都只能出10。因此反過來說，出10的150次中有100次都代表東家只有一張10，機率為2/3。



橋藝主打技巧



- **安全打法**：當你用一種打法，來防止因敵方的壞分配而失墩時，此種打法稱為安全打法。但有時安全打法無法像百分率打法那樣獲得最多的贏墩。

- **Ex7**：(1) 夢家：A J 7 6 4 莊家：K 9 8 5 2 五墩 ⇒ 從夢家引小防止西家Q 10 3
- (2) 夢家：A K 8 6 5 莊家：Q 10 9 7 五墩 ⇒ 從莊家引小防止某家天缺
- (3) 夢家：Q 8 7 6 5 莊家：A 10 4 3 2 四墩 ⇒ 從夢家引小偷東家
- (4) 夢家：Q 8 7 6 5 莊家：A 10 4 3 2 五墩 ⇒ 以A硬敲；若西家持單張J，則自北家引Q。



橋藝主打技巧



- 當橋引不足時：當橋引發生問題時，要注意出牌序。
 - Ex8：(1) 夢家：J 9 3
莊家：A Q 10 5 四墩，北家引牌 ⇒ 引9偷牌
 - (2) 夢家：A 10 7
莊家：K Q 9 3 2 五墩 ⇒ 敲K墊10，提A後放7
- Note: 當你奔吃一門長花色時，於較短的一方保留一張小牌可避免阻塞。



橋藝主打技巧



- 當敵方引牌時：有時敵方引牌會比你自已引這門牌，提供你多得一墩的機會。

- **Ex3** : (1) 西家：Q 10 8 3 夢家：K 4 2 **一墩** ⇒ 西家引牌必可得一墩
 莊家：J 6 5 東家：A 9 7
- (2) 夢家：A 10 2 **西家引3** ⇒ 夢家跟2，在西家有Q、J、或QJ時可得三墩
 莊家：K 9 4
- (3) 夢家：Q 2 **西家引3** ⇒ 夢家跟Q，否則Q必死
 莊家：A 5 4
- (4) 夢家：Q 4 2 **西家引3** ⇒ 夢家跟2，稍後Q仍可偷
 莊家：A 6 5
- (5) 夢家：Q 10 2 **西家引3** ⇒ 夢家跟10，除非東家同時有KJ，否則可獲兩墩。
 莊家：A 6 5

橋藝主打技巧



- 參考資料
 - 威廉魯特，“橋藝主打技巧”，序曲文化出版。
- 實戰演練與提問。
- 下週準備教材(每人一份)：
 - 計算紙、筆。