

**Computer Science and Information Engineering
National Chi Nan University**

Graph Algorithms

Dr. Justie Su-Tzu Juan

阮夙姿

科三422. #4875

Tel:0928523527

二FGH / 科三301

(c) Fall 2023, Justie Su-Tzu Juan

Introduction

- 師生晤談時間：三 ZE
- 主要教科書：James A. Mchugh, *Algorithmic Graph Theory*, 開發, 1990.
- 重要參考書籍：
 1. Shimon Even, *Graph Algorithms*, 儒林, 1979.
 2. Junming Xu, *Topological Structure and Analysis of Interconnection Networks*, 科大, 2001
 3. Dieter Jungnickel, *Networks and Algorithms*, 俊傑, 1999
 4. Gary Chartrand and Ortrud R. Oellermann, *Applied and Algorithmic Graph Theory*, 滄海, 1993

Introduction

- 課程內容：預計將介紹下列各項
 1. Introduction to Graph Theory
 2. Algorithmic Techniques
 3. Maximum Matching Algorithm
 4. Shortest Paths
 5. Domination
 6. Graph Coloring
 7. Connectivity and Routing
 8. NP-completeness

Introduction

- 第 1 週: 課程簡介, Introduction to Graph Theory, Algorithmic techniques
- 第 2 週: Maximum Matching Algorithm / 程式作業一
- 第 3 週: Shortest Paths, Dynamic Programming
- 第 4 週: 程式作業一 Demo
- 第 5 週: 雙十節
- 第 6 週: Matching on Tree / 程式作業二
- 第 7 週: Coloring Problems (1)
- 第 8 週: Coloring Problems (2)
- 第 9 週: Domination Problems
- 第 10 週: 程式作業二 Demo

Introduction

- 第11週: Connectivity (1) / 程式作業三
- 第12週: Connectivity (2)
- 第13週: NP-completeness (1)
- 第14週: NP-completeness (2)
- 第15週: 程式作業三 Demo
- 第16週: 期末報告一。
- 第17週: 自主學習。
- 第18週: 自主學習。

將根據上課情形調整進度與方向

Introduction

- 評量方式：
程式作業45% + 期末報告40% + 平時成績15% + 加分
大學部及格60, 研究生及格70, 最高分99
- 進度：
12/26 期末報告
- 助教：林育如：s111321509@mail1.ncnu.edu.tw
- TA Time: 二 13:10-14:00
- 網頁：<http://www.csie.ncnu.edu.tw/~jsjuan/courses.html>

Introduction

- 程式作業繳交方式：
 - 出題兩~三周後繳交 (出題時公布繳交期限)。
 - 兩人一組，抽籤分組 (三次皆不同)。
 - 繳交當周請依助教排定順序上台操作程式讓全班看。
 - 兩人得一樣的成績。
 - 希望同學們可以據此練習與人溝通、合作精神、與教學相長之精神。

The background of the slide features a light blue gradient with a faint, semi-transparent image of classical architectural columns on the left side. The columns are white with detailed capitals and fluted shafts, set against a slightly darker blue background.

圖論演算法課程

核心能力 與 課程地圖

(c) Fall 2023, Justie Su-Tzu Juan

暨大學生八大基本素養與核心能力

- (一) 道德思辨與實踐能力
- (二) 人際溝通與表達能力
- (三) 獨立思考與創新能力
- (四) 人文關懷與藝術涵養
- (五) 專業知能與數位能力
- (六) 團隊合作與樂業倫理
- (七) 全球視野與尊重多元文化
- (八) 社區參與與公民責任

科技學院 教育目標與學生核心能力

- (1) 理論與實務並重。
- (2) 人文與科技兼備及術德兼修。
- (3) 具國際視野及創新思考。
 - 1. 專業知識與實務技能。
 - 2. 創新與獨立思考能力。
 - 3. 溝通表達與團隊合作精神。
 - 4. 專業倫理與社會責任認知。
 - 5. 掌握國際趨勢與全球視野。

暨大資工系 教育目標

研發潛能
理論能力

產業需求
實作能力

人的本質
自己以外

研究所教育目標

1. 配合國家經濟發展，培養符合資訊產業需求的工程技術人才
2. 配合國家科技及學術發展，培養具備前瞻資訊科技研發能力的人才
3. 配合全球永續發展潮流，培養具備國際視野、工程倫理、人文關懷及社會責任的科技人才

暨大資工系 核心能力

基礎數理
理論

程式設計

論文撰寫

研究所核心能力

1. 具備資訊科學基礎數理知識並應用於發掘、分析與解釋數據的能力
2. 具備程式設計基礎知識並應用於設計及實作資訊軟體的能力
3. 具備使用英文閱讀資訊領域技術文件及學術論文的能力
4. 具備團隊合作及獨立執行資訊工程領域學術研究的能力
5. 具備撰寫學術論文的能力
6. 理解資訊工程專業倫理、敬業態度、環境保護及社會責任

英文能力

合作與獨立

生命品格

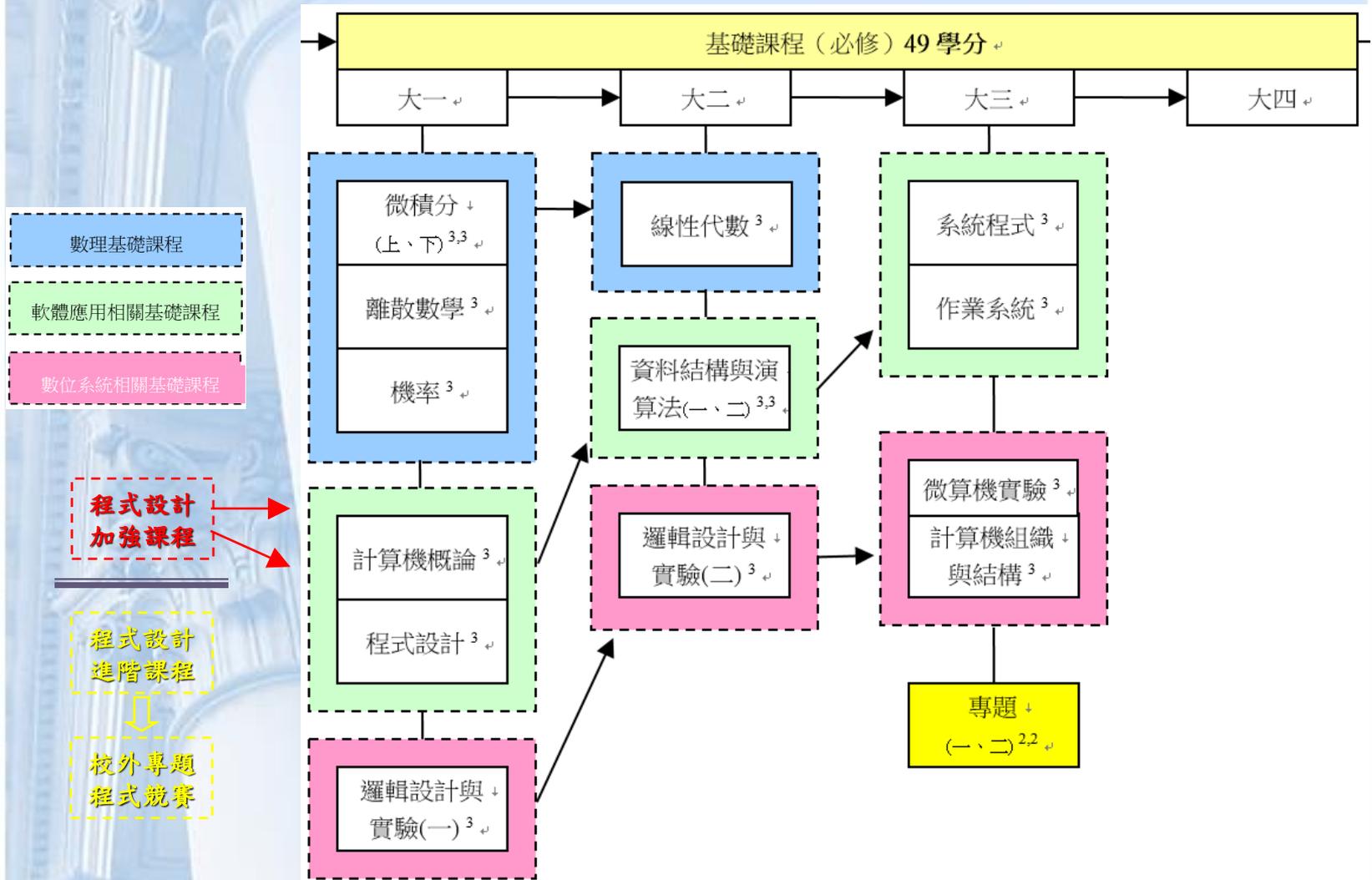
暨大資工系碩士班 課程地圖 (部分)

圖一、資訊理論課程地圖



(c) Fall 2023, Justie Su-Tzu Juan

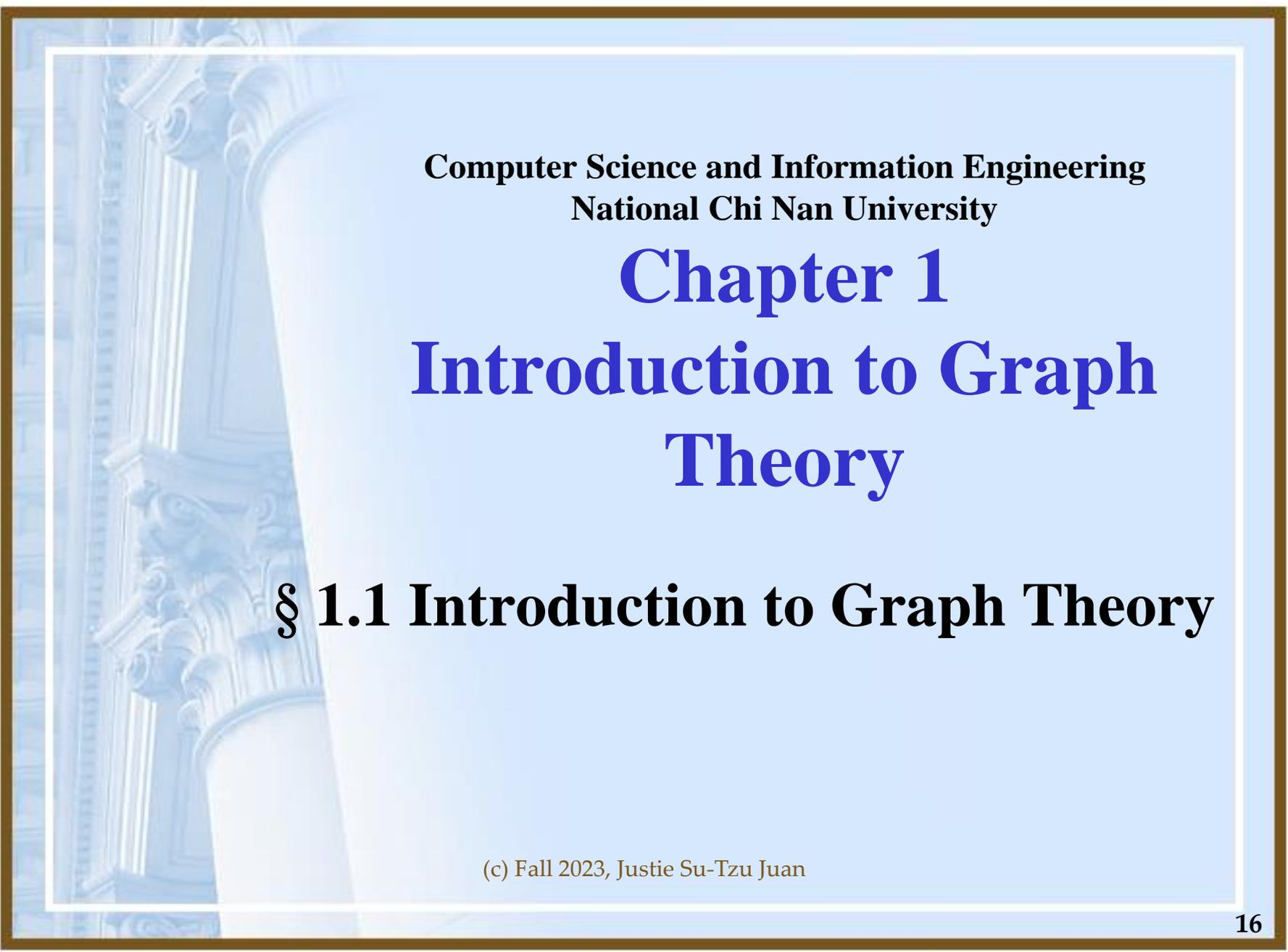
暨大資工系 課程地圖 (部分)



本課程與未來職涯進路

• 職涯類別說明：

- 軟體相關產業（系統分析、應用程式、遊戲軟體、網路通訊軟體…）
- 醫學與生物科技產業
- 資訊服務相關產業（系統整合、自動化系統、系統維護管理…）
- 企業與政府機構資訊部門（資訊系統維護與開發、網路管理、資訊安全…）
- 學術研究（國內外研究所、研究機構…）



**Computer Science and Information Engineering
National Chi Nan University**

Chapter 1

Introduction to Graph Theory

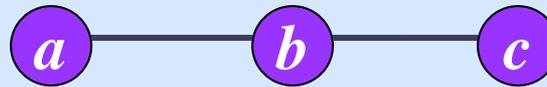
§ 1.1 Introduction to Graph Theory

(c) Fall 2023, Justie Su-Tzu Juan

1.1 Introduction to Graph Theory

- Def: A **graph** is an ordered pair $G = (V, E)$, where V is a finite set of elements called **vertices**, and E is a set of un-ordered pairs of distinct vertices, called **edges**.

- Ex: $V = \{a, b, c\}$
 $E = \{\{a, b\}, \{b, c\}\}$



- Note: 有時以 “ (a, b) ” 或 “ ab ” 表示 “ $\{a, b\}$ ”,
習慣上： $|V| = n$ 或 v , $|E| = m$ 或 ε .

- Def:

① x is **adjacent** to $y \equiv xy \in E$

② x is **incident** to $\{a, b\} \equiv x = a$ or $x = b$

③ $\{a, b\}$ is **adjacent** to $\{c, d\} \equiv \{a, b\} \neq \{c, d\} \wedge \{a, b\} \cap \{c, d\} \neq \emptyset$

1.1 Introduction to Graph Theory

- Def:

④ **Adj(x)** = {y: y is adjacent to x} = **N(x)**.

⑤ **Adj(S)** = $\cup_{x \in S} \text{adj}(x)$ = **N(S)**, for $S \subseteq V$.

⑥ **degree** of a vertex $x \equiv \text{deg}(x) = |\text{Adj}(x)|$

⑦ **matching** \equiv a set of edges in which no two distinct edges are adjacent.

⑧ A **(v_o, v_n)-walk** in a graph G is an alternating sequence W : $v_0 e_1 v_1 e_2 v_2 \dots e_n v_n$, where v_i 's are vertices and e_i 's are edges and e_i is incident to v_{i-1} and v_i . An **(v_o, v_n)-walk** is **closed** means $v_0 = v_n$.

⑨ A **path** is a walk which all vertices are distinct.

⑩ A **trail** is a walk which all edges are distinct.

⑪ A **cycle** is a closed trail in which $v_0 = v_n$ and v_1, \dots, v_n are all distinct.

⑫ **circuit** = a closed trail.

1.1 Introduction to Graph Theory

- Note: P is a path $\Rightarrow P$ is a trail.
- Lemma: \forall graph $G = (V, E), \sum_{v \in V} \deg(v) = 2|E|$.

音樂劇欣賞1-1

音樂劇 (維基百科，自由的百科全書)

音樂劇 (Musical theater) 是音樂、歌曲、舞蹈和對白結合的一種戲劇表演,又稱為歌舞劇。音樂劇在全世界各地都有上演,但演出最頻密的地方是美國紐約市的百老匯和英國的倫敦西區。因此百老匯音樂劇這個稱謂可以指在百老匯地區上演的音樂劇,又往往可是泛指所有近似百老匯風格的音樂劇。

和歌劇不同的是,音樂劇經常運用一些不同類型的流行音樂以及流行音樂的樂器編制;在音樂劇裏面可以容許出現沒有音樂伴奏的對白;而音樂劇裏面亦沒有運用歌劇的一些傳統,例如沒有了宣敘調和詠嘆調的區分,歌唱的方法也不一定是美聲唱法。但音樂劇和歌劇的區分界線仍然有不少學者爭議,例如格什溫(Gershwin)作曲的波吉與佩斯(台灣翻譯「乞丐與蕩婦」)(Porgy and Bess)就曾同時被人稱作歌劇、民謠歌劇(Folk Opera)和音樂劇。一些音樂劇如悲慘世界是從頭到尾都有音樂伴奏,而一些輕歌劇如卡門卻有對白。

音樂劇欣賞1-2

音樂劇普遍比歌劇有更多舞蹈的成份，早期的音樂劇甚至是沒有劇本的歌舞表演。雖然著名的歌劇作曲家華格納(Richard Wagner)在十九世紀中期已經提出總體藝術(Gesamtkunstwerk)，認為音樂和戲劇應融合為一。但在華格納的樂劇(music drama)裏面音樂依然是主導，相比之下，音樂劇裏戲劇、舞蹈的成份更重要。

音樂劇的文本由以下幾個部份組成：音樂的部份稱為樂譜(score)、歌唱的字句稱為歌詞(lyrics)、對白的字句稱為劇本(book/script)。有時音樂劇也會沿用歌劇裏面的稱謂，將歌詞和劇本統稱為曲本(libretto)。

音樂劇的長度並沒有固定標準，但大多數音樂劇的長度都介乎兩小時至三小時之間。通常分為兩幕，間以中場休息。如果將歌曲的重覆和背景音樂計算在內，一齣完整的音樂劇通常包含二十至三十首曲。

音樂劇欣賞1-3

很多音樂劇後來又被移植為歌舞片，而劇場版本和電影版本並不一定完全相同，因為劇場擅長於場面調度和較為抽象的表達形式，利用觀眾的想像去幻想故事發生的環境，而電影則擇長於實景的拍攝和鏡頭剪接的運用。西城故事(West Side Story)是其中一個將舞臺版本成功移植為電影版本的音樂劇，在橫街小巷取景，開創了後來很多音樂電影的先河。亦有歌舞片移植為音樂劇的例子，例如雨中曲(Singing in the Rain)是先有歌舞片，後來才被移植成音樂劇。

音樂劇擅於以音樂和舞蹈表達人物的情感、故事的發展和戲劇的衝突，有時語言無法表達的強烈情感，可以利用音樂和舞蹈表達。在戲劇表達的形式上，音樂劇是屬於表現主義的。在一首曲之中，時空可以被壓縮或放大，例如男女主角可以在一首歌曲的過程之中由相識變成墮入愛河，這是一般寫實主義的戲劇中不容許的。

音樂劇欣賞1-4

歷史

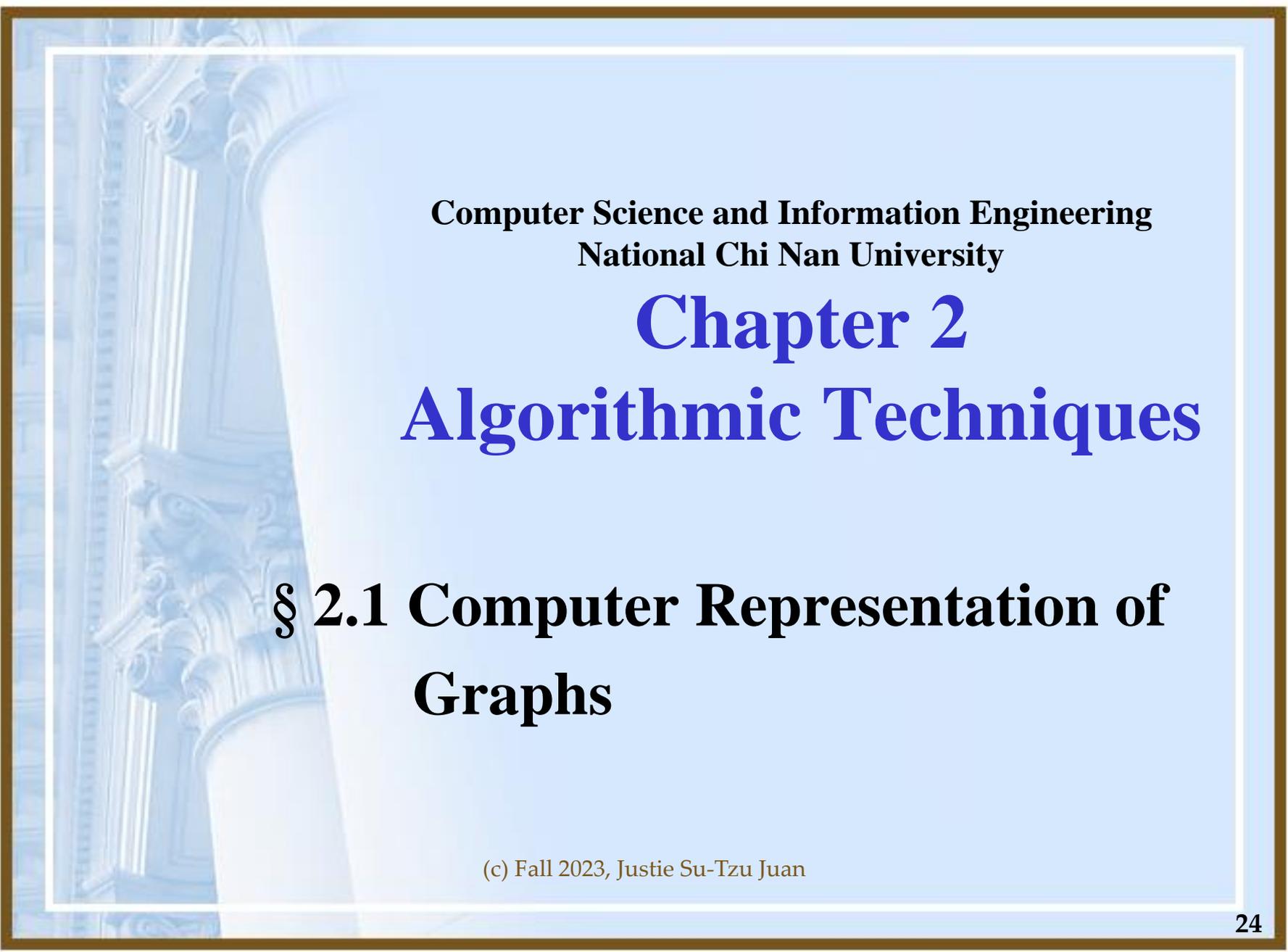
音樂劇起源可以追溯到十九世紀的輕歌劇(Operetta)、喜劇(Comedy)和黑人劇(Minstrel Shows)。

初期的音樂劇並沒有固定劇本，甚至包含了雜技、馬戲等等元素。自從1927年演藝船(畫舫璇宮)開始著重文本之後，音樂劇開始踏入它的黃金歲月。這時期的音樂劇多宣揚樂觀思想，並經常以大團圓的喜劇結局。直至1960年代搖滾樂和電視普及之前，音樂劇一直是最受美國人歡迎的娛樂和演藝形式。1980年代以後，英國倫敦西區(West End)的音樂劇演出蓬勃，已經追上百老匯的盛況。

而隨著英國和美國的音樂劇經常在世界各地巡迴演出，音樂劇也開始在日本、南韓、中國、台灣、香港、新加坡等亞洲地區流行。參見亞洲的音樂劇。

<http://zh.wikipedia.org/wiki/%E9%9F%B3%E6%A8>

[%82%E5%8A%87](#)



**Computer Science and Information Engineering
National Chi Nan University**

Chapter 2

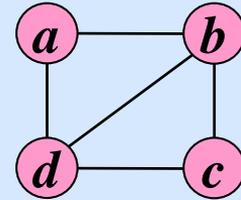
Algorithmic Techniques

§ 2.1 Computer Representation of Graphs

(c) Fall 2023, Justie Su-Tzu Juan

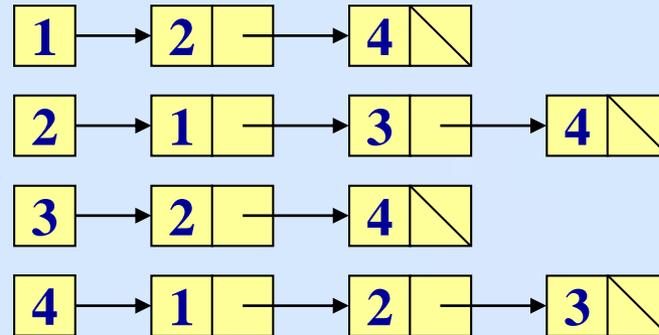
2.1 Computer Representation of Graphs

- Ex: $G = (V, E)$, $V = \{a, b, c, d\}$. $E = \{ab, ad, bc, bd, cd\}$



$$V = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$\begin{array}{c}
 \\
 \\
 1 \left(\begin{array}{cccc}
 0 & 1 & 0 & 1 \\
 2 & 1 & 0 & 1 \\
 3 & 0 & 1 & 0 \\
 4 & 1 & 1 & 0
 \end{array} \right)
 \end{array}$$



- Note: V : 一般以 $\{1, 2, \dots, n\}$ 表之.

E : 1. **Adjacency matrix**: $A = (a_{ij})_{n \times n}$, $n = |V|$.

$a_{ij} = \#$ of edges corresponding to $\{v_i, v_j\}$.

2. **incident list**: (adjacent list, edge list)

2.1 Computer Representation of Graphs

- Note:

3. **sequential adjacent list:** (Columbic 的 Algorithmic Graph Theory and Perfect graphs)

- Ex: (前例)

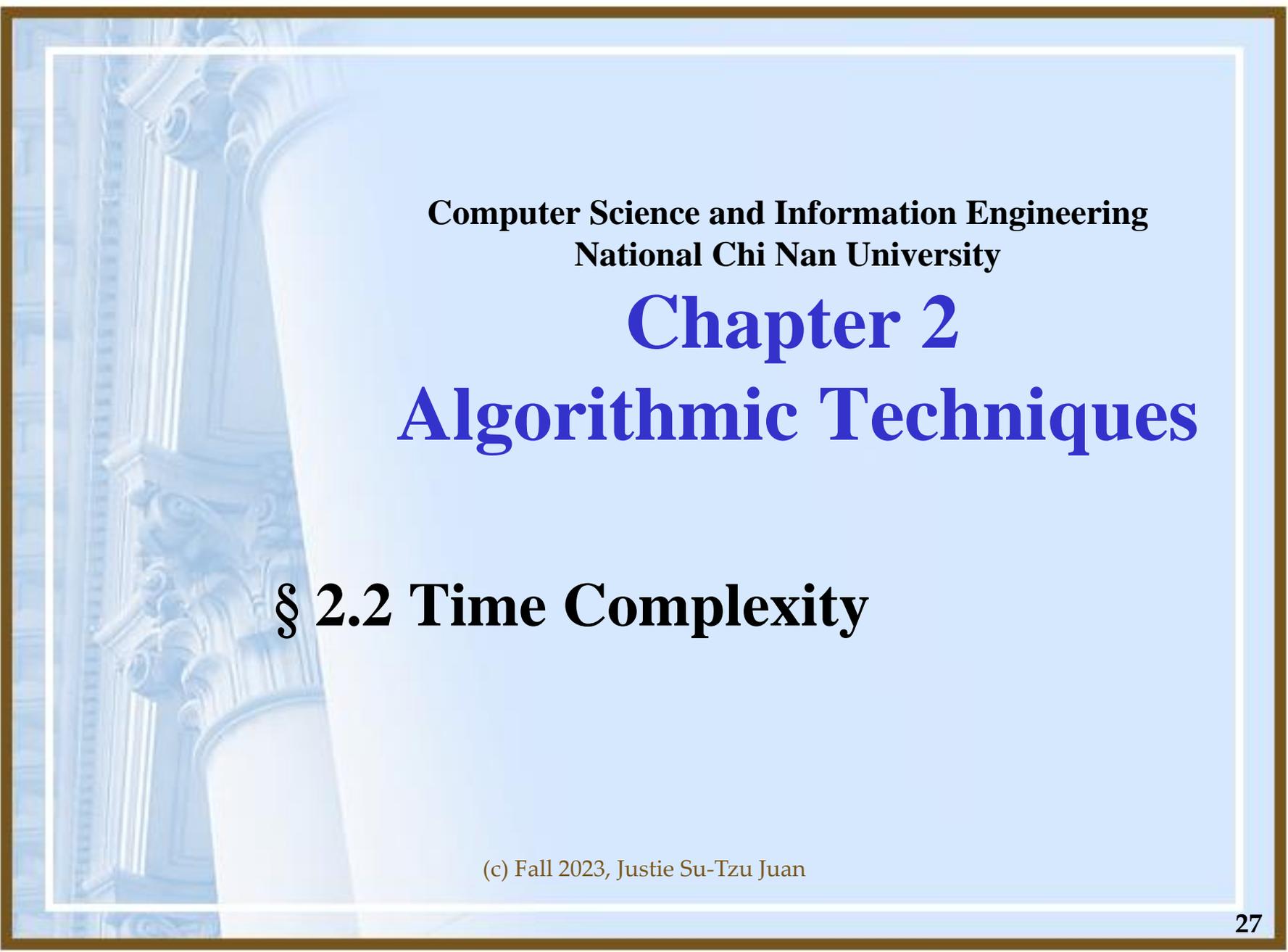
Adj	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Beg	1	3	6	8	11										
	1	2	3	4	5										

In paper :

$\forall j \in \text{Adj}(i)$
 \vdots

In algorithm :

for $\text{beg}(i) \leq k < \text{beg}(i+1)$
 $j = \text{Adj}(k);$
 \vdots



**Computer Science and Information Engineering
National Chi Nan University**

Chapter 2

Algorithmic Techniques

§ 2.2 Time Complexity

(c) Fall 2023, Justie Su-Tzu Juan

2.2 Time Complexity

- **Def:** $f(n) = O(g(n)) \Leftrightarrow \exists n_0 > 0, \exists c > 0$
s.t. $f(n) \leq c \cdot g(n), \forall n \geq n_0$.

- **Note:** $G = (V, E)$, **input:** $O(|V| + |E|) = O(|E|)$

Sol.

① **matrix:** $|V|^2$

② **adj. list:** $\sum_{v \in V} \deg(v) = 2|E| = O(|E|)$

(分析時，以最佳者代入)